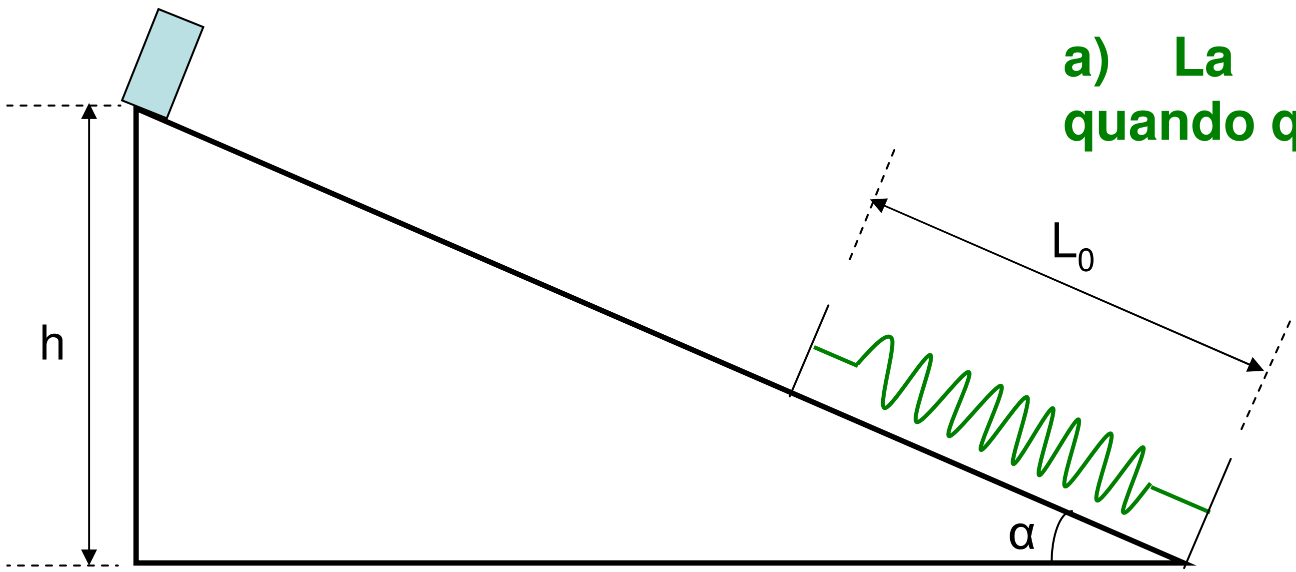
Esercizio:

Un corpo di massa m = 5 kg parte da fermo dall'alto di un piano inclinato di un angolo $\alpha = 30°$ rispetto all'orizzontale e altezza h = 3 m. Il corpo va a comprimere una molla di lunghezza a riposo L_0 = 30 cm e costante elastica k = 500 N/m. Il coefficiente di attrito tra il corpo e il piano inclinato è $\mu_d = 0.2$.



Determinare:

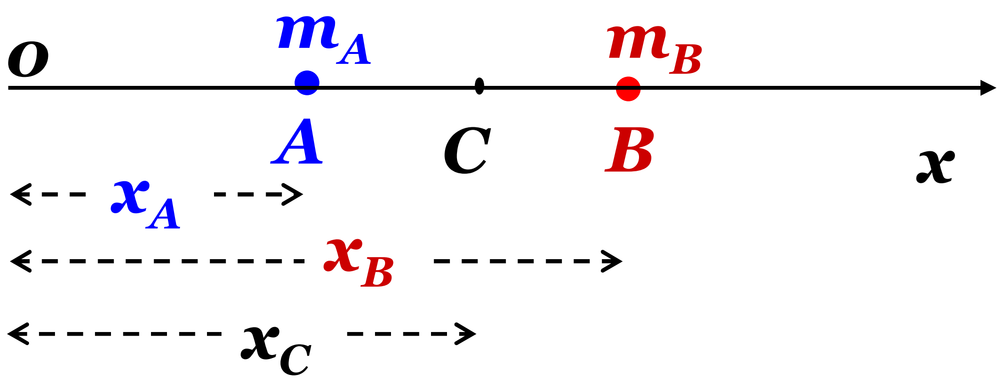
a) La velocità del corpo quando questo tocca la molla.

b) l'accorciamento massimo della molla

c) l'altezza massima fino alla quale risale il corpo sul piano inclinato.

Il centro di massa:

Due particelle:



Il centro di massa C divide il segmento AB in parti inversamente proporzionali alle masse:

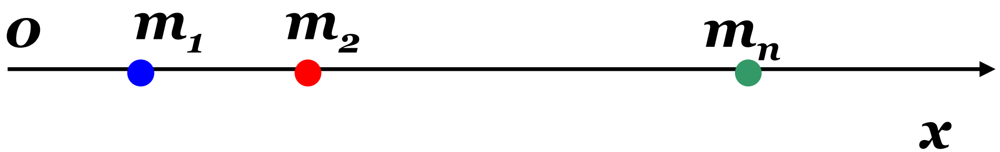
$$\frac{AC}{CB} = \frac{m_B}{m_A} \qquad \frac{x_C - x_A}{x_B - x_C} = \frac{m_B}{m_A}$$

$$m_A x_C - m_A x_A = m_B x_B - m_B x_C$$

$$(m_A + m_B) x_C = m_A x_A + m_B x_B$$

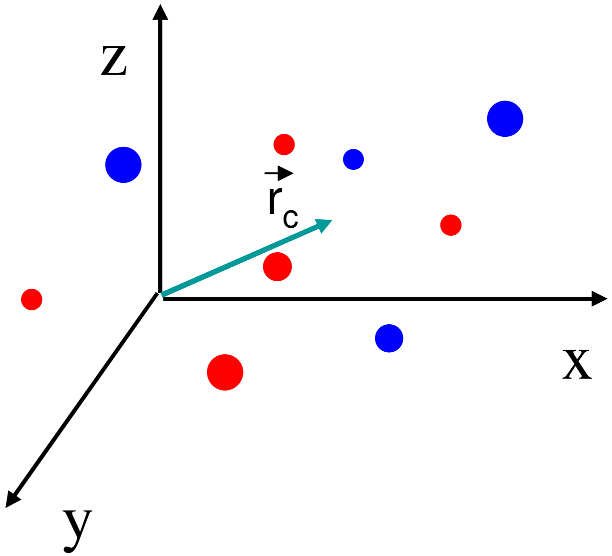
L'ascissa del centro di massa è: $$x_C = \frac{m_A x_A + m_B x_B}{m_A + m_B}$$

Per analogia: n particelle allineate:



$$x_c = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots\ldots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \ldots\ldots + m_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{\sum_{i=1}^{n} m_i} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{M}$$

Per “n” particelle nello spazio:



$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{M} \qquad y_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i y_i}{M}$$

$$z_c = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i z_i}{M}$$

$$\vec{r}_c = x_c \vec{i} + y_c \vec{j} + z_c \vec{k} \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{r}_c = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{n} m_i \vec{r}_i}$$

Una distribuzione di particelle simmetrica rispetto ad un punto ha questo punto come centro di massa.

"n" particelle nello spazio - velocità e accelerazione del centro di massa

Componente x della velocità:

$$v_{c,x} = \frac{\Delta x_C}{\Delta t} = \frac{\Delta\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} m_i x_i}{M}\right)}{\Delta t} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \left(\frac{\Delta x_i}{\Delta t}\right)}{M} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i v_{i,x}}{M}$$

e analogamente per le componenti y e z

Componente x della accelerazione:

$$a_{c,x} = \frac{\Delta v_C}{\Delta t} = \frac{\Delta\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} m_i v_{i,x}}{M}\right)}{\Delta t} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i \left(\frac{\Delta v_{i,x}}{\Delta t}\right)}{M} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i a_{i,x}}{M}$$

e analogamente per le componenti y e z

“n” particelle nello spazio - forze esterne e accelerazione del centro di massa

Dalla seconda legge della dinamica:

$$a_{c,x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} m_i a_{i,x}}{M} = \frac{\sum_{i=1}^{n} F_{i,x}}{M} = \frac{F_{TOT,x}}{M}$$

e analogamente per le componenti y e z, per cui:

$$\vec{F}_{TOT} = M\,\vec{a}_c$$

$$\vec{F}_{TOT} = \sum \vec{F}_{\text{int}\,erne} + \sum \vec{F}_{esterne} = \vec{R}_{\text{int}\,erne} + \vec{R}_{esterne}$$

Ma, per il terzo principio delle dinamica: $\vec{R}_{\text{int}\,erne} = 0$

Quindi:

$$\boxed{\vec{R}_{esterne} = M\,\vec{a}_c}$$

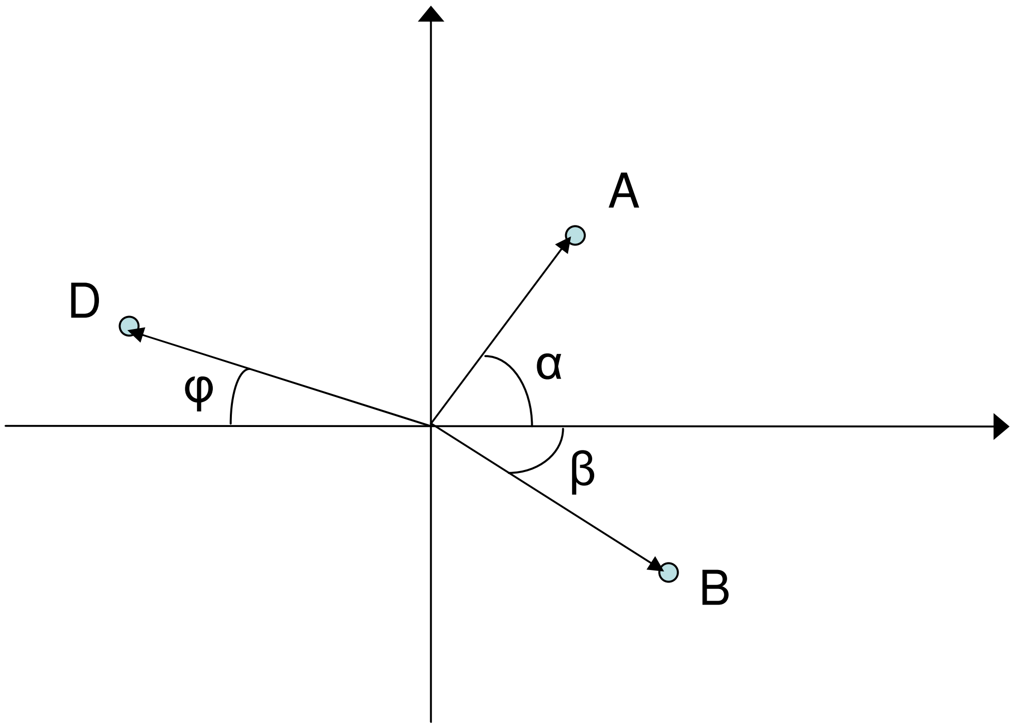
Il moto di traslazione di un sistema di particelle si può ridurre al moto di un unico corpo puntiforme, posizionato nel centro di massa e avente massa pari alla massa totale del sistema, al quale si può considerare applicata la risultante di tutte le forze esterne al sistema.

In particolare, se su un sistema di particelle non agiscono forze esterne oppure la risultante di queste ultime è nulla (<u>sistema isolato</u>), l'accelerazione del centro di massa è nulla, cioè il centro di massa si trova in stato di quiete o si muove di moto rettilineo uniforme:

$$\boxed{\vec{R}_{esterne} = 0 \Leftrightarrow \vec{a}_C = 0 \Leftrightarrow \vec{V}_C = \cos\tan te}$$

Esercizio:

Determinare la posizione del centro di massa di 3 particelle di masse: m_A = 3kg, m_B = 4kg e m_D = 1 kg disposte come in figura.



Si conosce:

$$\left|\vec{r}_A\right| = 5cm$$

$$\left|\vec{r}_B\right| = 8cm$$

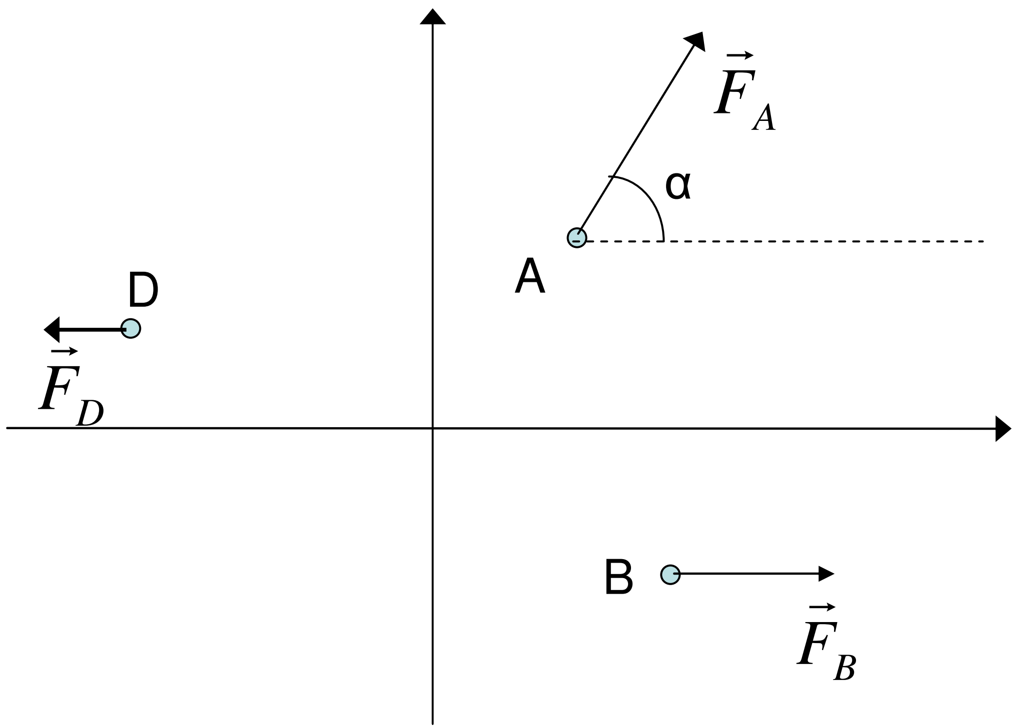
$$\left|\vec{r}_D\right| = 9cm$$

$$\alpha = 60°$$

$$\beta = 30°$$

$$\varphi = 20°$$

Se sui tre corpi precedenti agiscono tre forze: F_A = 12N, F_B = 8N e F_D = 5N, determinare l'accelerazione del centro di massa del sistema (α = 45°).



Quantità di moto di una particella e sua variazione:

1 particella: $$\vec{p} = m\vec{v}$$ $$[p]_{SI} = kg \cdot \frac{m}{s}$$

Interazione con gli oggetti circostanti: $$\Delta\vec{p} = \Delta(m\vec{v})$$

E se si può ritenere costante la massa: $$\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$$

$$\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = m\vec{a}_m = \vec{F}_m$$

$$\Delta\vec{p} = \vec{F}_m\Delta t$$

Quantità di moto di un sistema di particelle:

Le coordinate del centro di massa del sistema di particelle:

$$M x_c = \sum_i m_i x_i \qquad M y_c = \sum_i m_i y_i \qquad M z_c = \sum_i m_i z_i$$

Se le particelle sono in moto:

$$M \frac{\Delta x_c}{\Delta t} = \sum_i m_i \frac{\Delta x_i}{\Delta t} \qquad M \frac{\Delta y_c}{\Delta t} = \sum_i m_i \frac{\Delta y_i}{\Delta t} \qquad M \frac{\Delta z_c}{\Delta t} = \sum_i m_i \frac{\Delta z_i}{\Delta t}$$

$$M v_{cx} = \sum_i m_i v_{ix} \qquad M v_{cy} = \sum_i m_i v_{iy} \qquad M v_{cz} = \sum_i m_i v_{iz}$$

Allora: $M\vec{v}_c = \boxed{\sum_i m_i \vec{v}_i}$

Ma anche: $\boxed{\vec{p} = \sum_i m_i \vec{v}_i}$

Quindi: $\boxed{\vec{p} = M\vec{v}_c}$

dove: $\vec{p}$ = quantità di moto totale del sistema

M = massa totale del sistema

$\vec{v}_c$ = velocità del centro di massa

Le particelle del sistema possono interagire tra di loro e/o con i corpi esterni. Perciò si può avere una variazione della quantità di moto del sistema.

$$\Delta\vec{p} = M\Delta\vec{v}_c = \sum_i \Delta\vec{p}_i = (\sum_i \vec{F}_i)\Delta t = \vec{R}\Delta t$$

$$\vec{R} = \vec{R}_{est} + \vec{R}_{\text{int}}$$

La somma vettoriale delle forze interne è nulla per il principio di azione e reazione:

$$\vec{R}_{\text{int}} = 0$$

Quindi:

$$\Delta\vec{p} = \vec{R}_{est}\Delta t \qquad \vec{R}_{est} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = M\frac{\Delta\vec{v}_c}{\Delta t}$$

e per Δt tendente a zero:

$$\boxed{\vec{R}_{est} = M\vec{a}_C}$$

Se $\vec{R}_{est} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \frac{M\Delta\vec{v}_c}{\Delta t} = 0$

$$\vec{p} = \cos\tan te$$

$$\vec{v}_c = \cos\tan te$$

In un sistema di riferimento inerziale, la quantità di moto di un sistema <u>isolato</u> di particelle, che interagiscono tra di loro, si conserva.

In un sistema di riferimento inerziale, la quantità di moto di un sistema di particelle si conserva anche in presenza di forze esterne con risultante nulla.

Es. palle da biliardo senza e con vento

Urti:

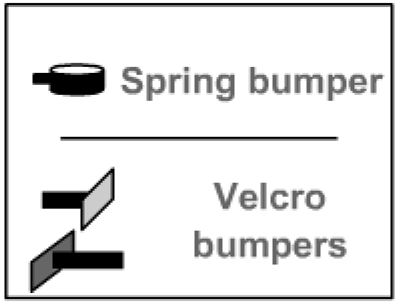
a) Elastici:

- quantità di moto si conserva
- energia cinetica si conserva

b) Anelastici:

- quantità di moto si conserva
- energia cinetica non si conserva, parzialmente si trasforma in altri tipi di energie: energia termina, acustica

Collisions on an Air Track

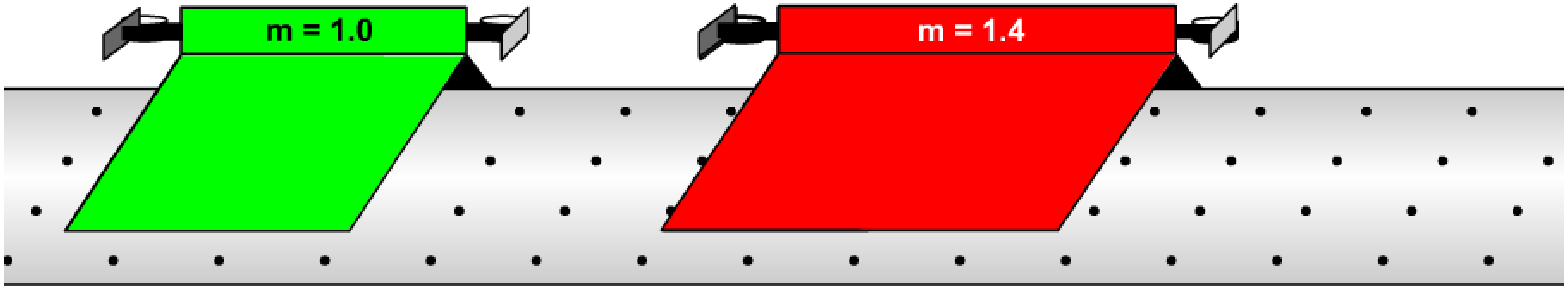


Speed of left hand cart =

Speed of right hand cart =

Initial speed of the left hand cart = 1.0

Initial speed of the right hand cart = 0.0



Type of collision: ◉ Elastic ○ Inelastic

Mass of the right hand cart: ◉ 0.7 ○ 1 ○ 1.4

Paused

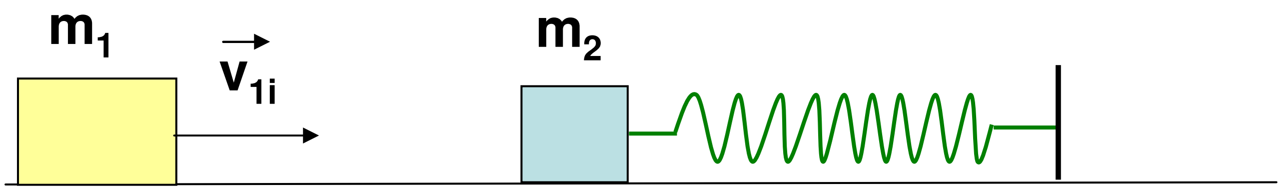
Esercizio 1:

Determinare l'accorciamento della molla di costante k = 500 N/m in due casi:

a) l'urto è completamente elastico;

b) L'urto è anelastico.

Si conosce $m_1 = 4$ kg, $m_2 = 2$ kg, $v_{1i} = 5$ m/s, $v_{2i} = 0$ m/s.



Esercizio 2:

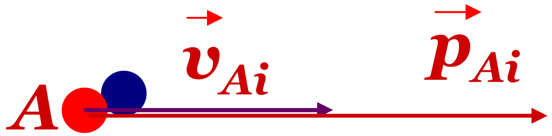
Si conosce:

$m_1 = m_2 = m$ $\quad v_{Ai} = 1\ ms^{-1}$ $\quad v_{Bi} = 0$ $\quad \alpha = 60°$

Determinare:

v_{Af}, v_{Bf}, β

prima dell'urto:



dopo l'urto: