



## Energia:

“quel  
bambino  
ha tanta  
energia”

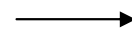


“il giocatore è  
rimasto senza  
energia alla fine  
della partita”

L'energia – una nuova grandezza fisica che caratterizza un oggetto o un sistema di oggetti.

L'energia è una grandezza scalare associata allo stato di uno o più oggetti.

**Energia**



a) meccanica

d) elettrica

b) termica

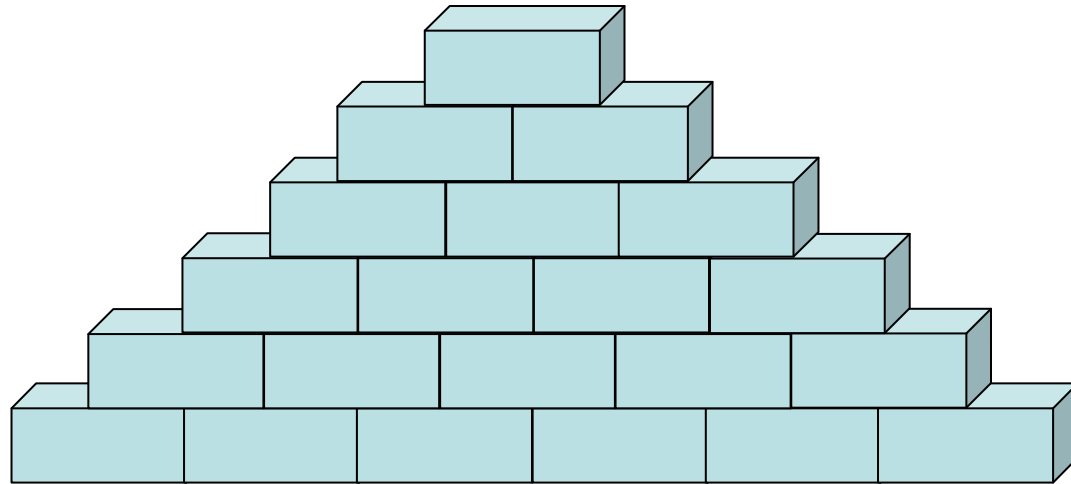
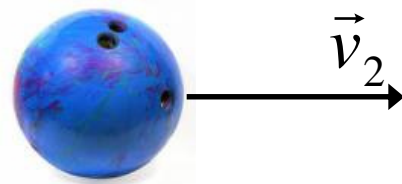
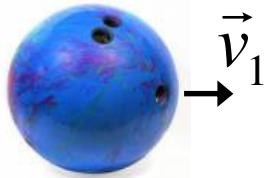
e) chimica

c) eolica

f) nucleare



## L'energia cinetica:



$$E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

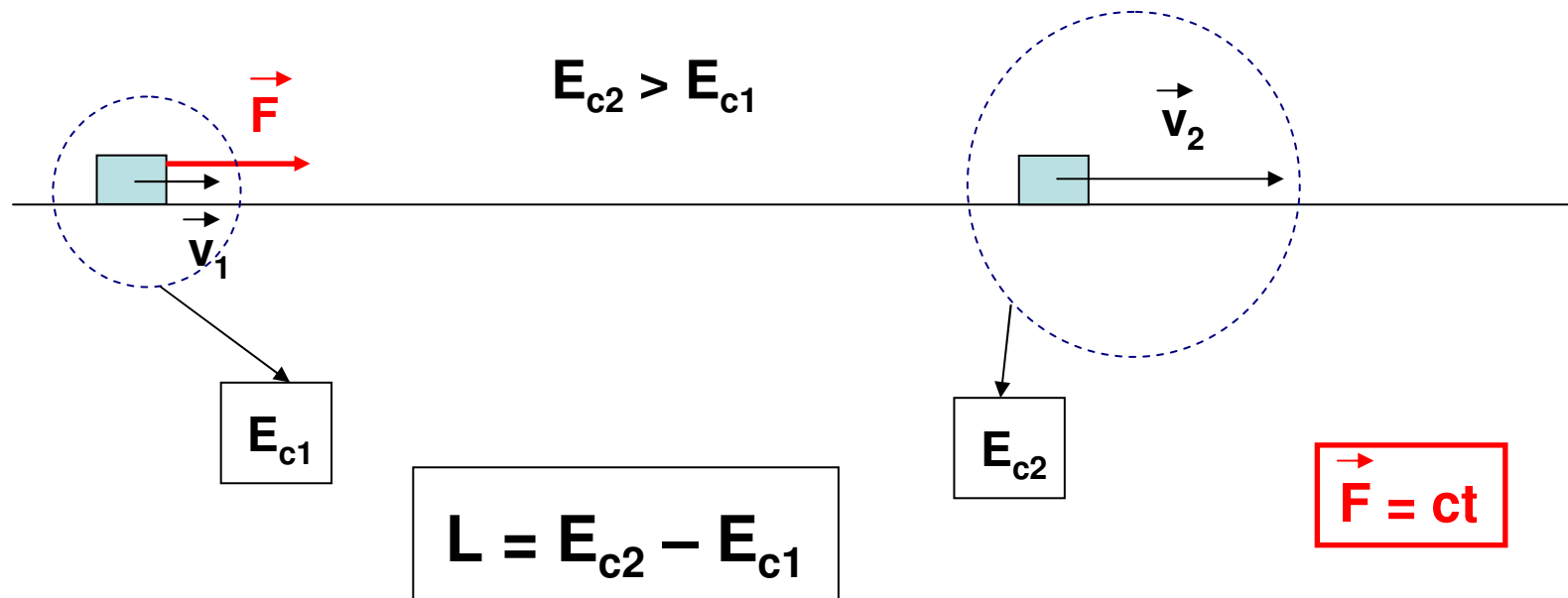
L'energia cinetica è l'energia associata al moto di un corpo (fermo –  $E_c = 0$ ).

$$[E_c]_{SI} = [m]_{SI} \cdot [v^2]_{SI} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = \text{Joule} = J$$

$$1J = 1\text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$



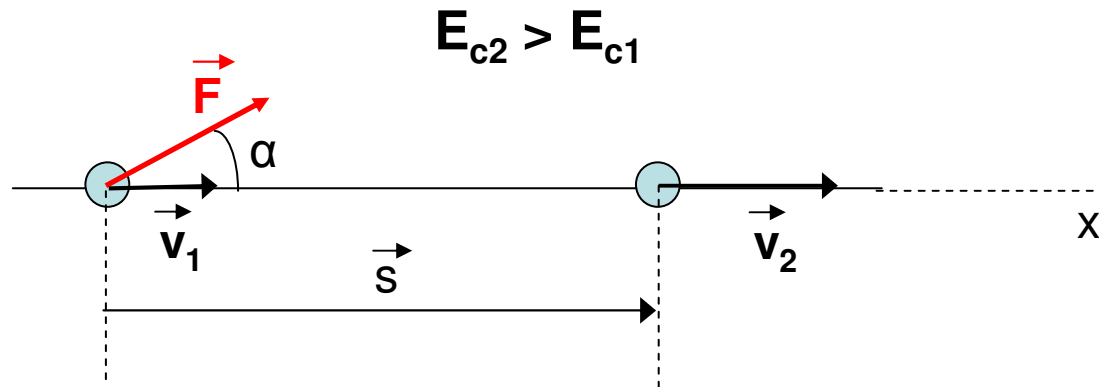
## Il lavoro:



**Il lavoro** è l'energia trasferita a un corpo o da un corpo, per mezzo di una forza che agisce sul corpo stesso.

Energia ceduta al corpo ( $\Delta E_c$  del corpo  $> 0$ ) - **lavoro  $> 0$**

Energia ceduta dal corpo ( $\Delta E_c$  del corpo  $< 0$ ) - **lavoro  $< 0$**



$$F_x = m \cdot a_x$$

$$v_2^2 = v_1^2 + 2a_x s \Rightarrow a_x = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s} \Rightarrow F_x = m \cdot \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = F_x s$$

$$\left. \begin{array}{l} E_{cf} - E_{ci} = F_x s \\ E_{cf} - E_{ci} = L \end{array} \right\} L = F_x s \quad F_x = F \cos \alpha \Rightarrow L = F s \cos \alpha$$


$$L = \vec{F} \cdot \vec{s}$$




$$[L]_{SI} = [E_c]_{SI} = \text{joule} = J$$

$$1J = 1kg \cdot \frac{m^2}{s^2} \quad 1J = 1N \cdot m$$

$$\left( 1N = 1kg \cdot \frac{m}{s^2} \right)$$



m



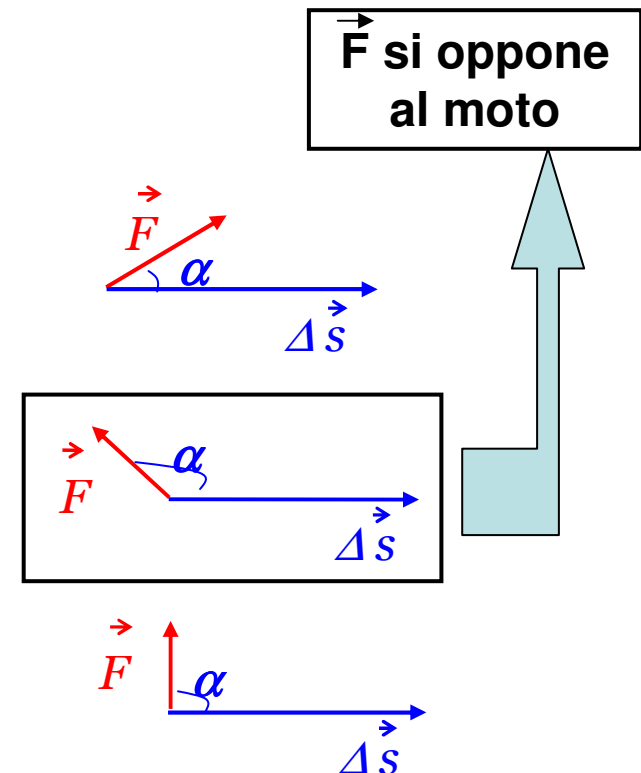
a

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F \cdot s \cdot \cos \alpha$$

Se  $\alpha < 90^\circ$        $L > 0$        $Ec_2 > Ec_1$

Se  $\alpha > 90^\circ$        $L < 0$        $Ec_2 < Ec_1$

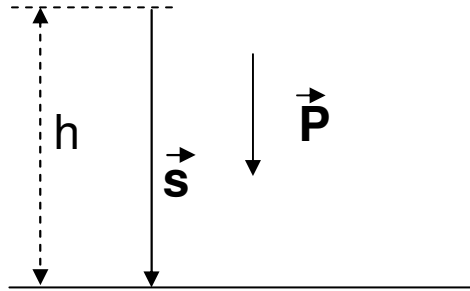
Se  $\alpha = 90^\circ$        $L = 0$        $Ec_2 = Ec_1$





## Lavoro della forza peso:

$$L = \vec{P} \cdot \vec{s} = P \cdot s \cdot \cos \theta$$



$$L = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

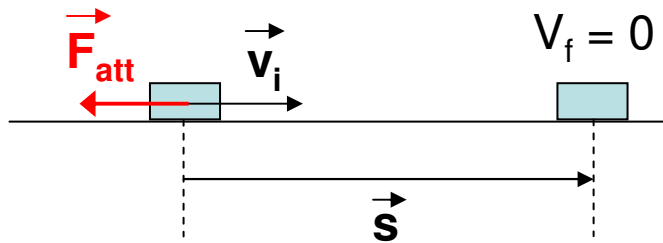
$$\Rightarrow P \cdot s \cdot \cos \theta = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$P = mg \quad s = h \quad \theta = 0 \quad v_i = 0$$

$$\Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_f^2 \quad \Rightarrow v_f = \sqrt{2gh}$$



## Lavoro della forza di attrito:



$$L = \vec{F}_{att} \cdot \vec{s} = F_{att} \cdot s \cdot \cos \beta = \mu_d mgs \cos \beta$$

$$L = \Delta E_c = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\Rightarrow \mu_d mg \cdot s \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} m v_f^2 - \frac{1}{2} m v_i^2$$

$$\beta = \pi \quad v_f = 0$$

$$\Rightarrow -\mu_d mgs = -\frac{1}{2} m v_i^2 \quad \Rightarrow \quad v_i = \sqrt{2\mu_d gs}$$



Se agiscono più forze su un corpo, il lavoro totale è la somma dei lavori svolti da ciascuna forza.

2 modalità  
per trovare il  
lavoro totale:

$$L_{tot} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

$$\text{dove } L_i = \vec{F}_i \cdot \vec{s}_i$$

$$L_{tot} = \vec{F}_{tot} \cdot \vec{s}$$

$$L = \Delta E_c$$

$$E_{cf}$$

$$E_{ci}$$

$$+$$

$$L$$

Lavoro totale svolto

Energia cinetica a  
lavoro compiuto

Energia cinetica  
iniziale

Teorema dell'energia cinetica

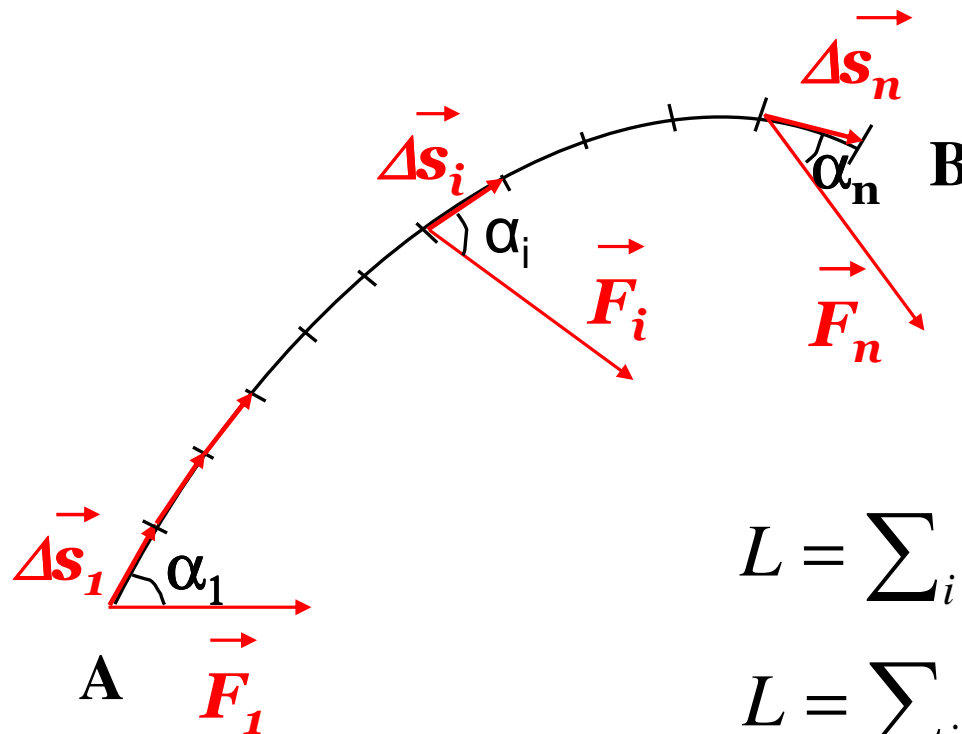


## Esercizio:

Determinare il lavoro totale svolto durante il trascinamento in salita (senza attrito) di un corpo di massa  $m = 10\text{kg}$  inizialmente fermo su un piano inclinato di angolo  $\alpha = 30^\circ$  sotto l'effetto di una forza  $F = 100\text{N}$  diretta lungo il piano inclinato verso l'alto da un punto A situato alla base del piano inclinato fino ad un punto B situato ad una altezza  $h = 5\text{m}$ .



In generale, se la forza non è costante e/o la traiettoria non è rettilinea dividiamo lo spostamento in tanti piccoli tratti di modulo  $\Delta s_i$  abbastanza piccoli da poter essere considerati rettilinei e da poter ritenere che la forza sia costante in ciascuno di essi.



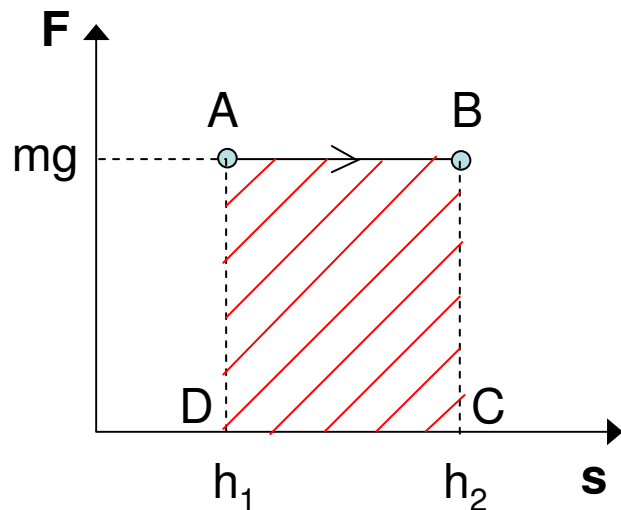
$$L = \sum_i L_i = \sum_i \vec{F}_i \cdot \Delta \vec{s}_i$$

$$L = \sum_i F_i \Delta s_i \cos \alpha_i$$



## Rappresentazione grafica del lavoro:

### 1) Forza costante, moto rettilineo



$$L_{AB} = mg\Delta h$$

$$A_{ABCD} = AD \cdot AB$$

$$AD = mg$$

$$AB = h_2 - h_1 = \Delta h$$

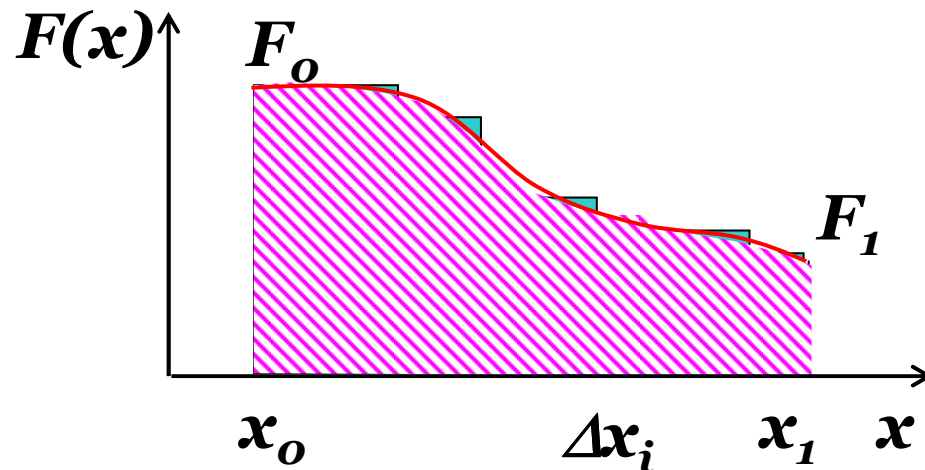
$$A_{ABCD} = mg\Delta h$$

$$\Rightarrow L_{AB} = A_{ABCD}$$



## 2) Forza non costante, moto non rettilineo

**Esempio:** il moto avviene su una retta (asse  $x$ ), la forza è parallela all'asse  $x$  e il suo modulo dipende dalla posizione.



$$L_i = F_i \Delta x_i$$

$$F_i = \text{costante}$$

$$L = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum_i F_i \Delta x_i$$

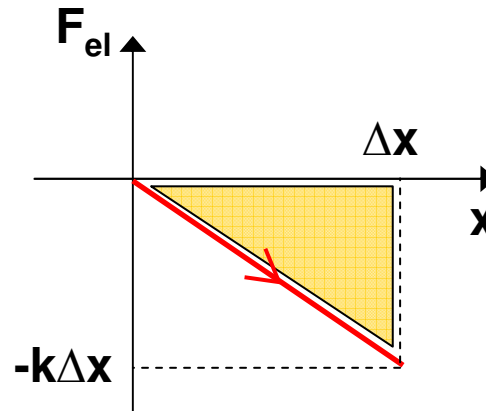
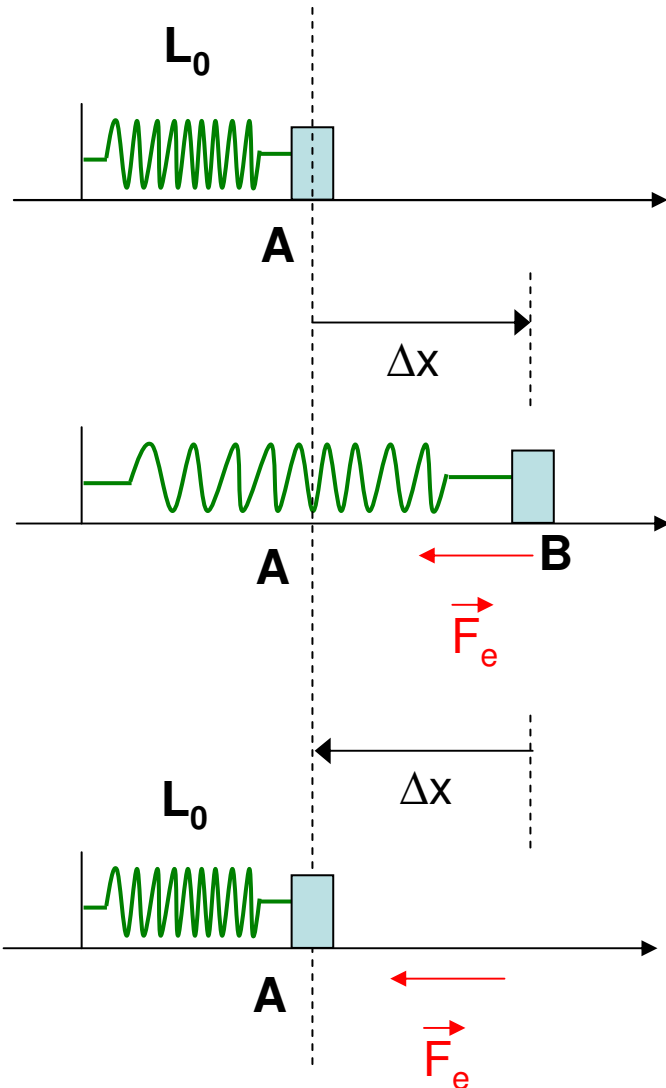
In un diagramma  $[F(x), x]$  il lavoro è rappresentato dall'area della superficie sotto la curva.



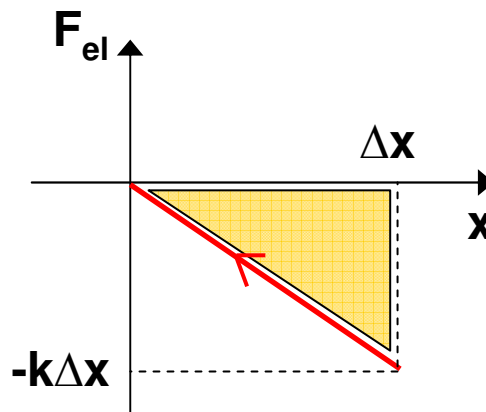
## Il lavoro della forza elastica:

$$\vec{F}_{el} = -k\vec{\Delta x}$$

Lavoro = area sotto la linea che descrive  $F_{el}(x)$



$$L_{AB} = \frac{1}{2} \Delta x \cdot (-k\Delta x) =$$
$$= -\frac{1}{2} k \cdot \Delta x^2$$



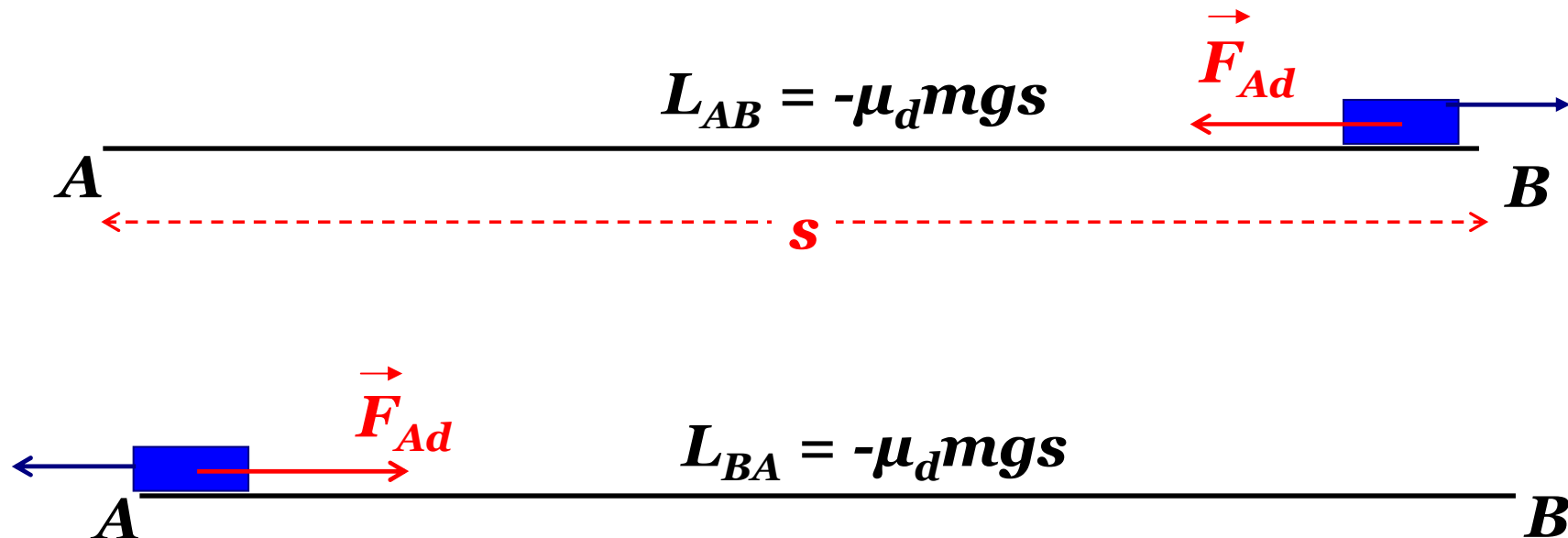
$$L_{BA} = \frac{1}{2} (-\Delta x) \cdot (-k\Delta x) =$$
$$= \frac{1}{2} k \cdot \Delta x^2$$



$$L_{tot} = L_{AB} + L_{BA} = -\frac{1}{2}k \cdot \Delta x^2 + \frac{1}{2}k \cdot \Delta x^2 = 0$$

La forza elastica è una forza conservativa perché  $L_{tot} = 0!$

Il lavoro della forza di attrito:





$$L_{tot} = L_{AB} + L_{BA} = -2\mu_d mgs$$

**$L_{tot} \neq 0$  - forza di attrito non è una forza conservativa!**

**Forze conservative:**

- forza elastica, forza peso

**Forze non conservative:**

- forza di attrito, forza di resistenza dell'aria

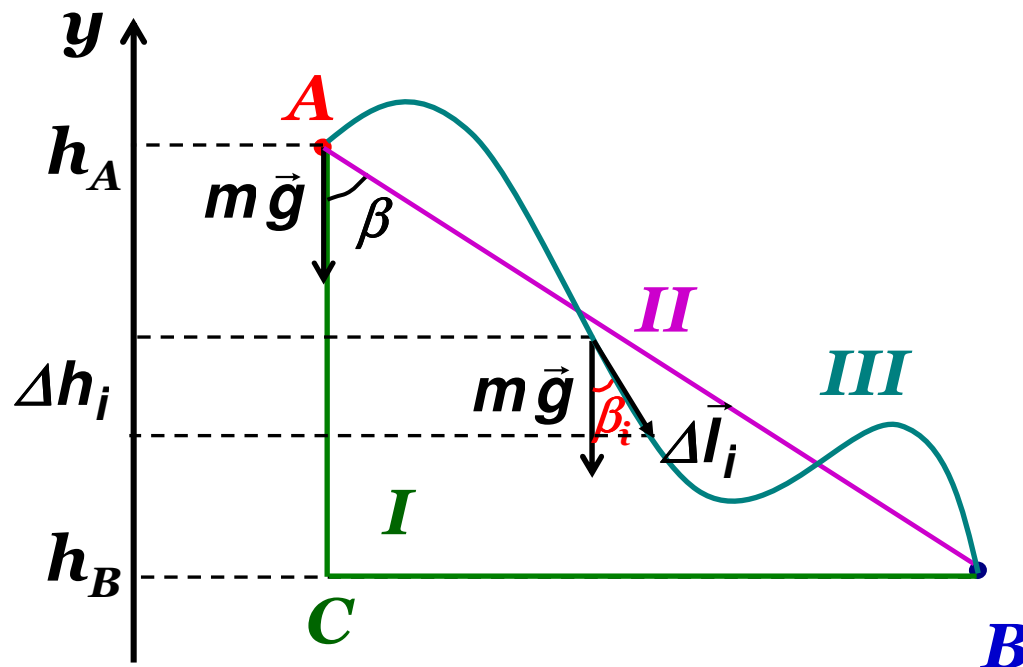
**Il lavoro complessivo netto svolto da una forza conservativa su un corpo che si muove su un percorso chiuso (inizia e finisce nello stesso punto) è zero.**



## Forze conservative:

Il lavoro svolto da una forza conservativa su un corpo che si muove tra due punti qualsiasi non dipende dal particolare percorso seguito.

### Forza peso:



### *Percorso I:*

$$L_{ACB} = L_{AC} + L_{CB}$$

$$L_{AC} = mg(h_A - h_B)$$

$$L_{CB} = mg \vec{g} \cdot \vec{CB} = 0$$

$$L_{ACB} = mg(h_A - h_B)$$



$$II \quad L_{AB} = m\vec{g} \cdot \vec{AB} = mg \cdot AB \cdot \cos\beta = mg(h_A - h_B)$$

$$III \quad L_{AB} = \sum_i m\vec{g} \cdot \Delta\vec{l}_i = \sum_i mg \cdot \Delta l_i \cdot \cos\beta_i = \\ = mg \sum_i \Delta l_i \cdot \cos\beta_i = mg \sum_i \Delta h_i = mg(h_A - h_B)$$

*Il lavoro della forza peso non dipende dalla traiettoria, quindi la forza peso è conservativa.*



## Energia potenziale:

E' l'energia associata alla configurazione di un sistema di corpi, i quali esercitano forze tra di loro. Quando cambia la configurazione del sistema può cambiare anche la sua energia potenziale.

- Energia potenziale gravitazionale:  $E_p$
- Energia potenziale elastica:  $E_{p\ el}$

$$\Delta E_p = -L \Rightarrow E_p - E_{p0} = mg(h - h_0)$$

Consideriamo  $E_{p0}$  e  $h_0$  come riferimento:

$$E_{p0} = 0 \quad e \quad h_0 = 0$$

$$E_p = mgh$$

$$E_{p\ el} = \frac{1}{2} k \Delta x^2$$



## Conservazione dell'energia:

$$\Delta E_c = L \quad \text{valida per qualunque forza}$$

$$L = -\Delta E_p \quad \text{valida per forze conservative}$$

$$\Delta E_c = -\Delta E_p \quad \Delta E_c + \Delta E_p = 0 \quad \Delta(E_c + E_p) = 0$$

$$\Rightarrow E_c + E_p = \text{costante}$$

$$E = E_c + E_p = \text{costante}$$

E – energia meccanica

**In un sistema dove agiscono  
solo forze conservative.**



$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \text{costante}$$

**Se sono presenti anche forze non conservative:**

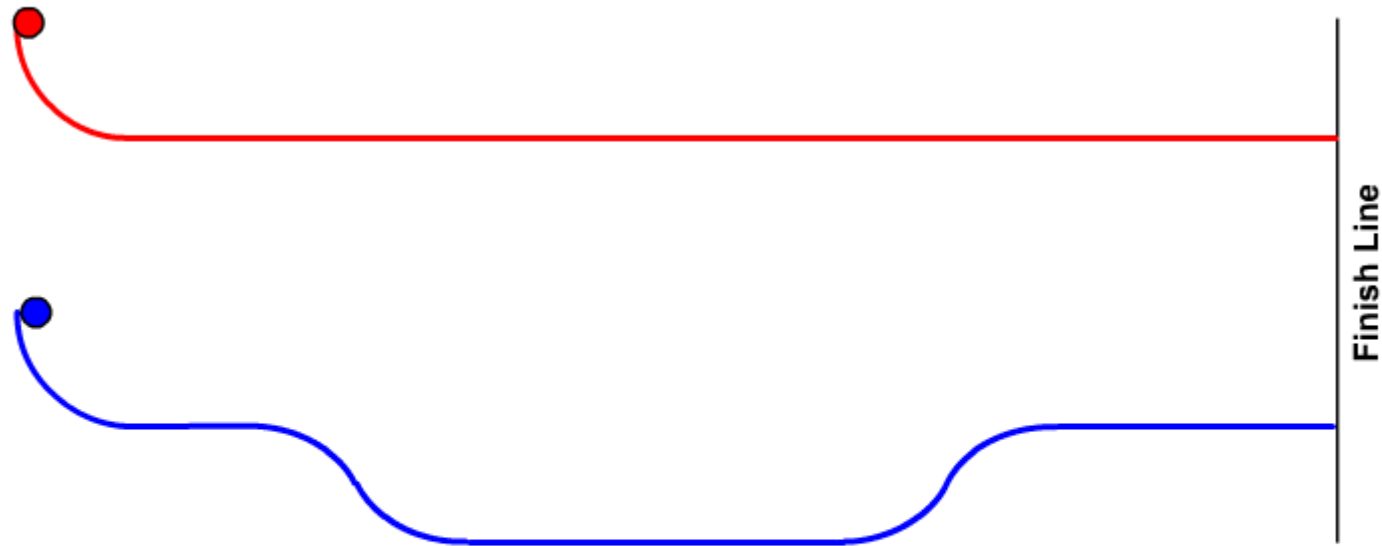
$$\Delta E_c = L = L_{cons} + L_{non\ cons}$$

$$L_{cons} = -\Delta E_p \Rightarrow \Delta E_c = -\Delta E_p + L_{non\ cons}$$

$$\Delta(E_c + E_p) = L_{non\ cons}$$

$$\Delta E = L_{non\ cons}$$

# Racing Balls



The acceleration due to gravity is down, approximately constant, and equal for both tracks.

Which ball will reach  
the finish line first?



Copyright © 2004 David M. Harrison

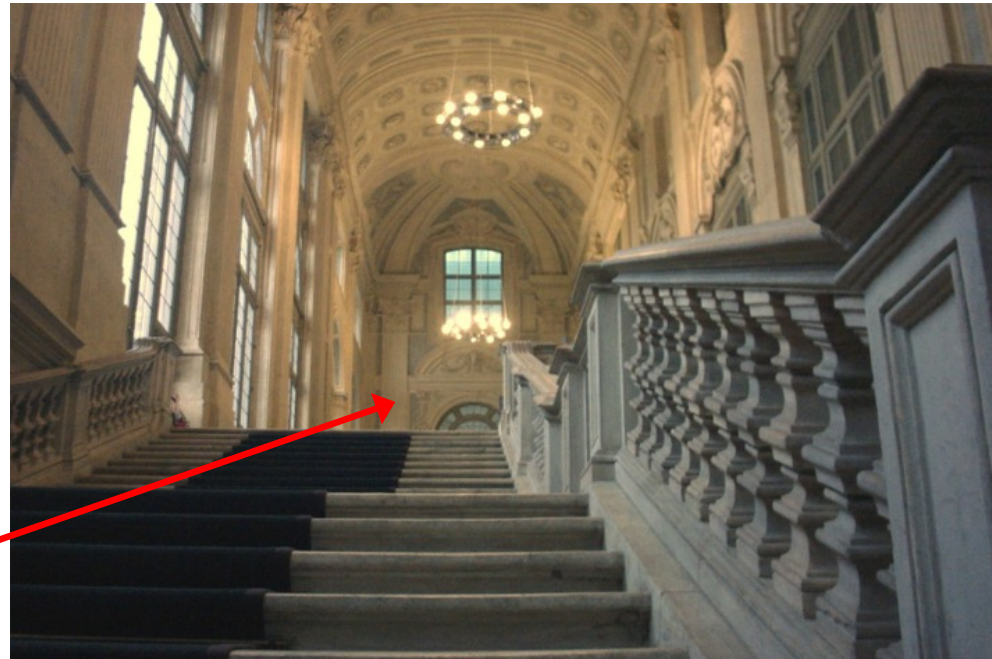


## Esercizi:

- 1. Determinare la velocità con la quale un corpo, che parte da fermo dal punto più alto di un piano inclinato di angolo  $\alpha = 30^\circ$  e di altezza  $h = 3\text{m}$ , arriva alla base del piano inclinato: a) in assenza di attrito e b) con attrito,  $\mu_d = 0.3$ .**
- 2. Determinare la velocità di un corpo di massa  $m = 0.5\text{kg}$  attaccato ad una molla di costante  $k = 200\text{N/m}$  quando passa per la posizione di equilibrio (molla in posizione di riposo) se si conosce che al momento iniziale l'allungamento della molla è  $\Delta x = 5\text{cm}$ .**



## Potenza:



?

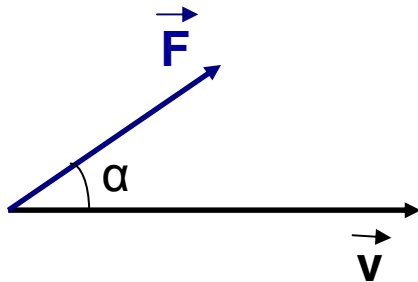




**La potenza è la velocità con cui viene sviluppata una certa quantità di lavoro.**

$$\overline{W} = \frac{L}{\Delta t} \quad \text{potenza media}$$

Per  $\Delta t \rightarrow 0$ :  $W = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{L}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{F} \cdot \vec{s}}{\Delta t} = \vec{F} \cdot \vec{v}$  **potenza istantanea**



$$W = \vec{F} \cdot \vec{v} = F \cdot v \cdot \cos \alpha$$

$$[W]_{SI} = \frac{J}{s} = \text{watt} = W$$



## Esercizio:

Un cavallo trascina a velocità costante una slitta di massa  $m = 100$  kg lungo una salita coperta di neve, inclinata di un angolo  $\alpha = 30^\circ$  rispetto all'orizzontale, esercitando una forza parallela alla superficie. Il coefficiente di attrito dinamico tra la slitta e la neve è 0.15. Sapendo che la potenza sviluppata dal cavallo è  $W = 300$  watt, calcolare la velocità con cui sale la slitta.

